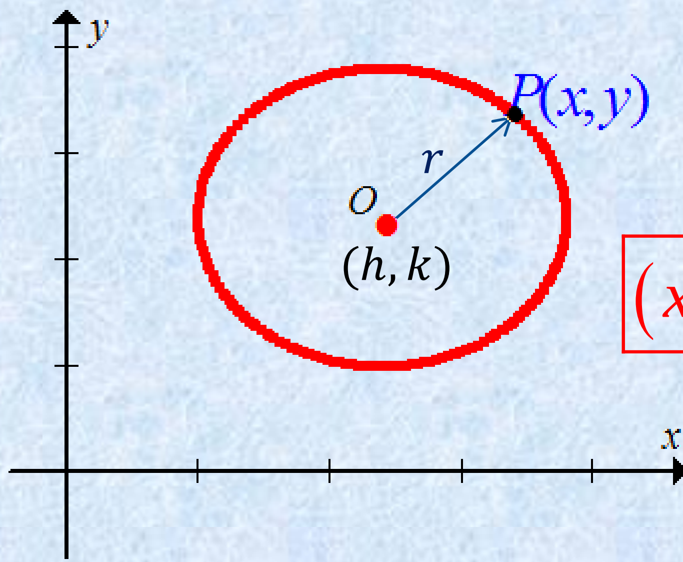
CONICAS

CIRCUNFERENCIAS

Sea O un punto del plano y sea “ r” un número real positivo. Se define la circunferencia como el conjunto de puntos $P(x,y)$ tal que la distancia de P a O es igual a “r”.

Es decir: $\text{Circunferencia} = \{P(x,y)\, /\, d(P,O) = r\}$

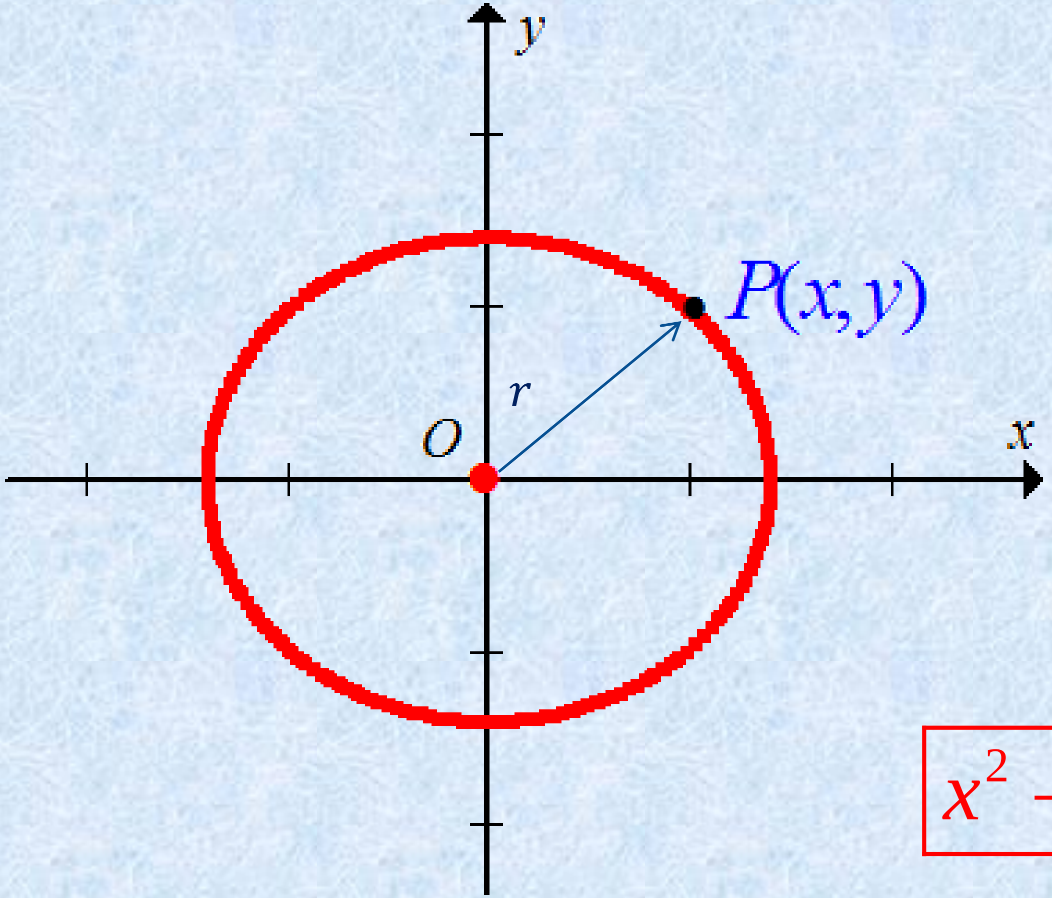
Al punto “O ” se le denomina **centro de la circunferencia** y a “ r” se le denomina **radio de la circunferencia**.



$$\boxed{(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2}$$

CIRCUNFERENCIAS

Si la circunferencia esta centrada en el origen.



$$\boxed{x^2 + y^2 = r^2}$$

CIRCUNFERENCIAS

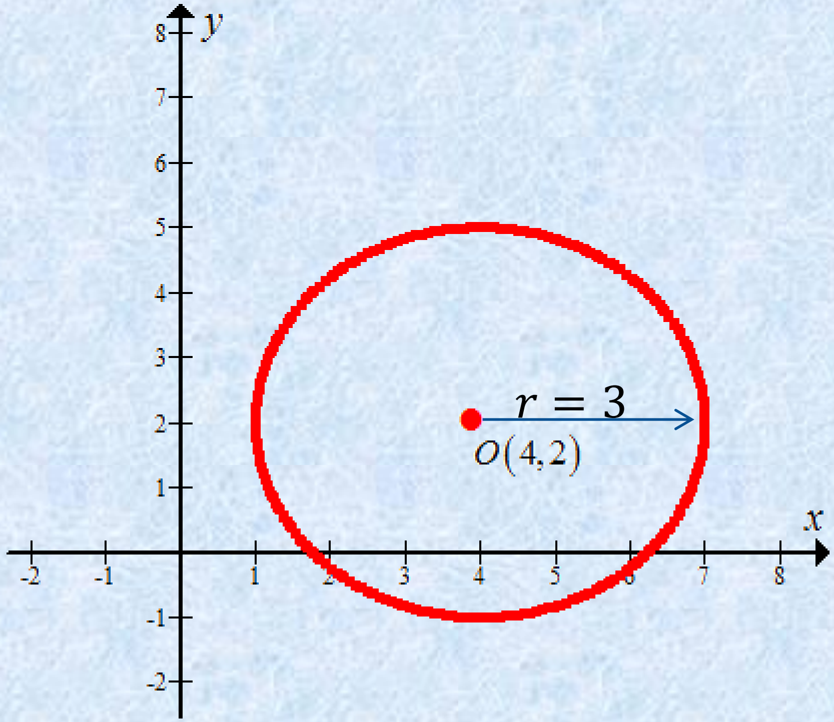
Ejemplo

Hallar la ecuación canónica de la circunferencia que tiene centro el punto $(4,2)$ y de radio 3

SOLUCIÓN:

$$(x-4)^2+(y-2)^2=3^2$$

$$(x-4)^2+(y-2)^2=9$$



CIRCUNFERENCIAS

Ejemplo

Trazar la gráfica de $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$

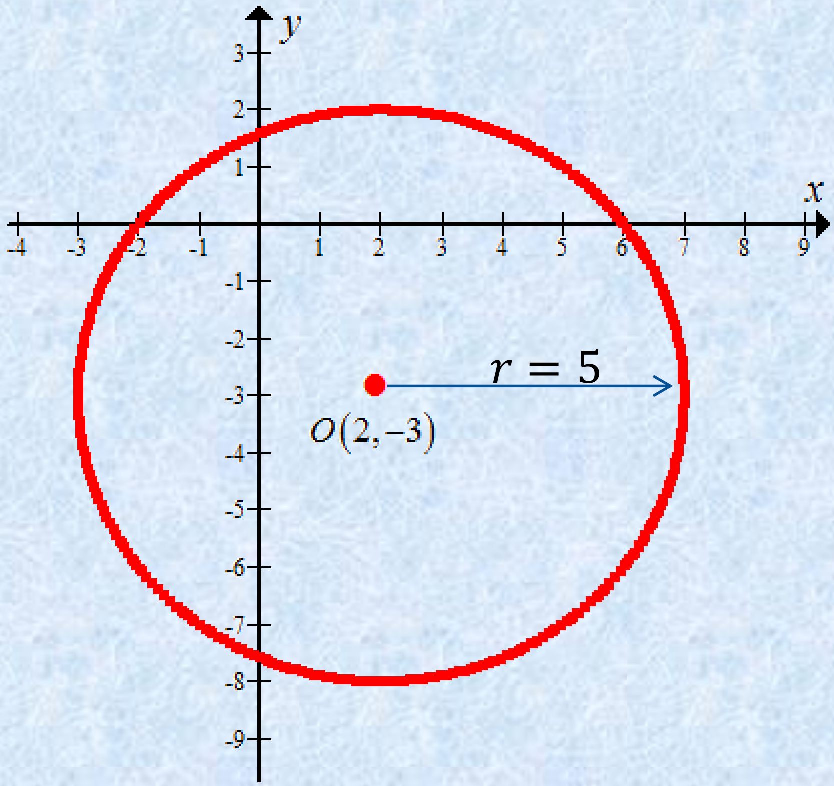
SOLUCIÓN:

Transformamos la ecuación general a la ecuación canónica

$$\left(x^2 - 4x \qquad\right) + \left(y^2 + 6y \qquad\right) = 12$$

$$\left(x^2 - 4x + 4\right) + \left(y^2 + 6y + 9\right) = 12 + 4 + 9$$

$$\boxed{(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25}$$



CIRCUNFERENCIAS

Ejemplo

Trazar la gráfica de $2x^2 + 2y^2 - 20x + 4y - 1 = 0$

SOLUCIÓN:

Transformamos la ecuación general a la ecuación canónica

$$\left(2x^2 - 20x \qquad\right) + \left(2y^2 + 4y \qquad\right) = 1$$

$$2\left(x^2 - 10x \qquad\right) + 2\left(y^2 + 2y \qquad\right) = 1$$

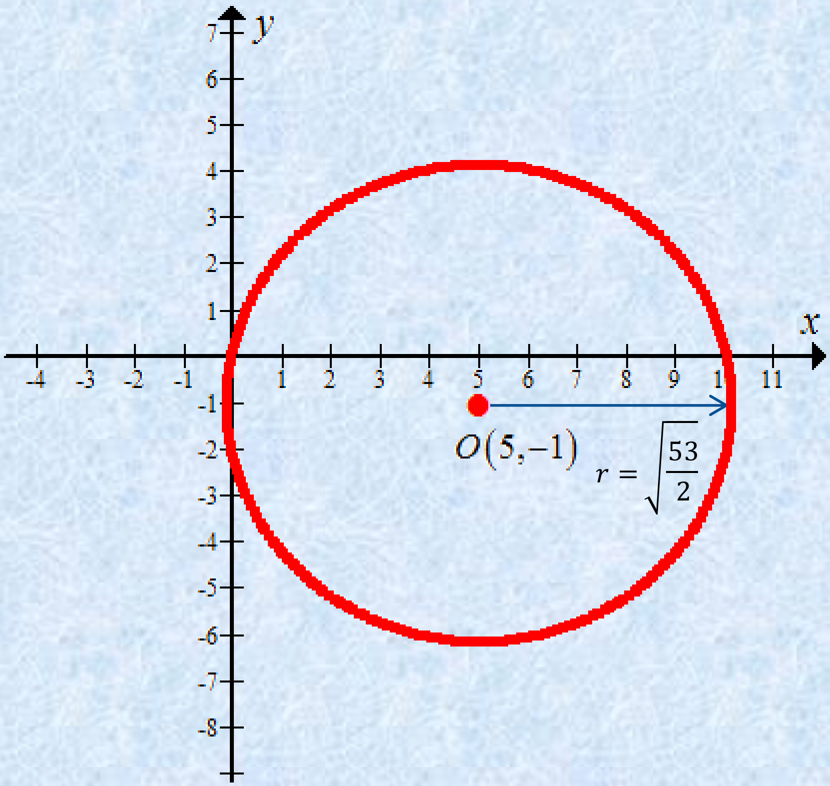
$$2\left(x^2 - 10x + 25\right) + 2\left(y^2 + 2y + 1\right) = 1 + 50 + 2$$

$$2\left(x-5\right)^2 + 2\left(y+1\right)^2 = 53$$

$$\left(x-5\right)^2 + \left(y+1\right)^2 = \frac{53}{2}$$

Centro: $\boldsymbol{O}(5, -1)$

Radio: $r = \sqrt{53/2}$



Circunferencia

Ejercicios Propuestos

Trazar la gráfica :

$$x^2 + y^2 - 36 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 3y + 9 = 0$$

$$4x^2 + 4y^2 = 16$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 3y - 9 = 0$$

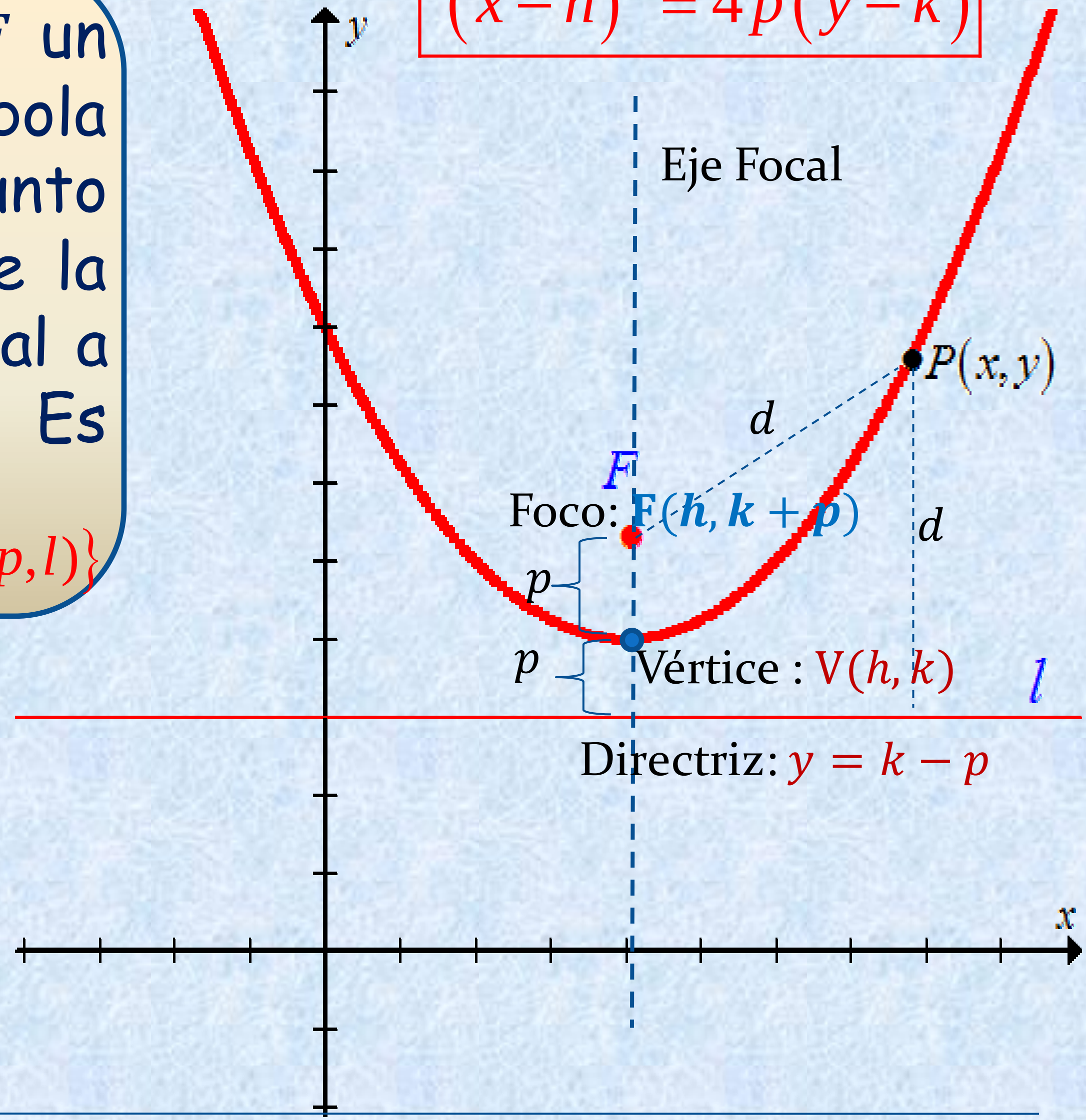
Una empresa que fabrica zapatos puede producir zapatos para caballero o para dama modificando el proceso de producción. Las cantidades posibles x y y (en cientos de pares) están relacionadas por la ecuación: $x^2 + y^2 + 40x + 30y = 975$. Dibuje la curva de transformación de productos de esta empresa. ¿Cuáles son los números máximos de zapatos de cada tipo que pueden producirse?

PARABOLA

$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$

Sea l una recta y sea F un punto del plano. La parábola se define como el conjunto de puntos $P(x,y)$, tal que la distancia de P a F es igual a la distancia de P a l. Es decir:

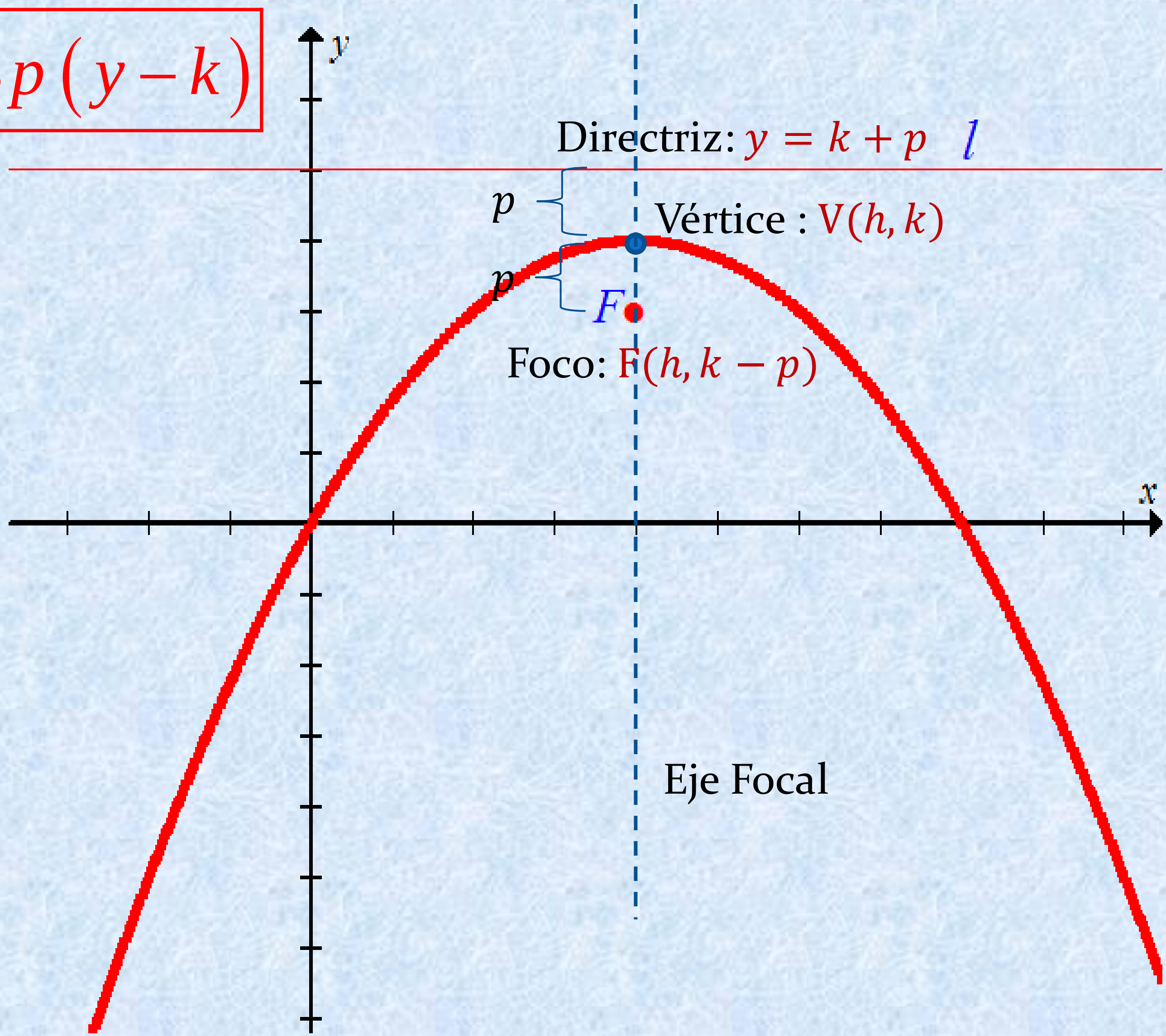
$$\text{Parabola} = \{P(x,y) \,/\, d(P,F) = d(p,l)\}$$



Al punto “F ” se lo llama **Foco de la parábola**; y a la recta l, **directriz**

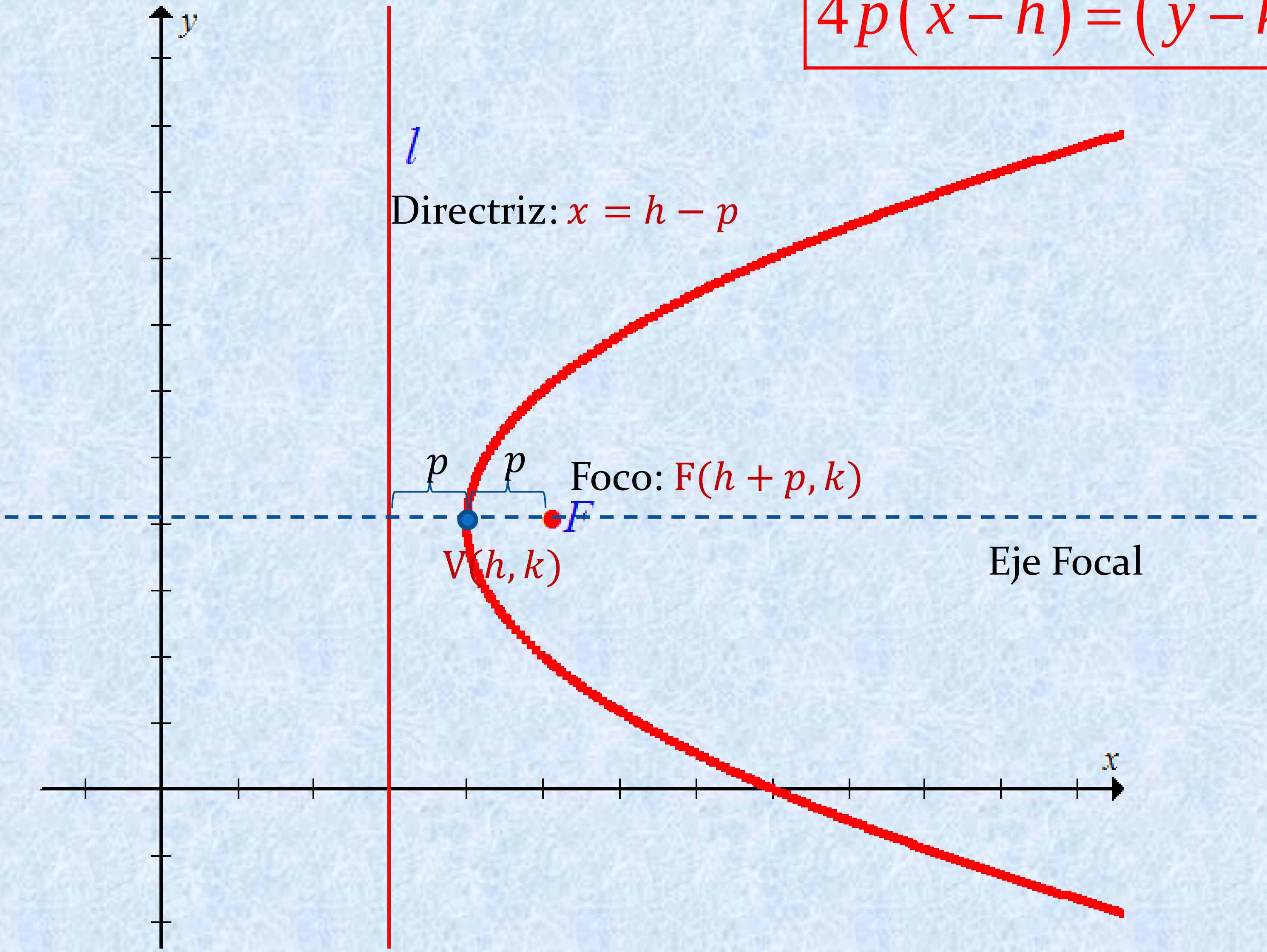
PARABOLA

$$\boxed{(x-h)^2 = -4p\,(y-k)}$$



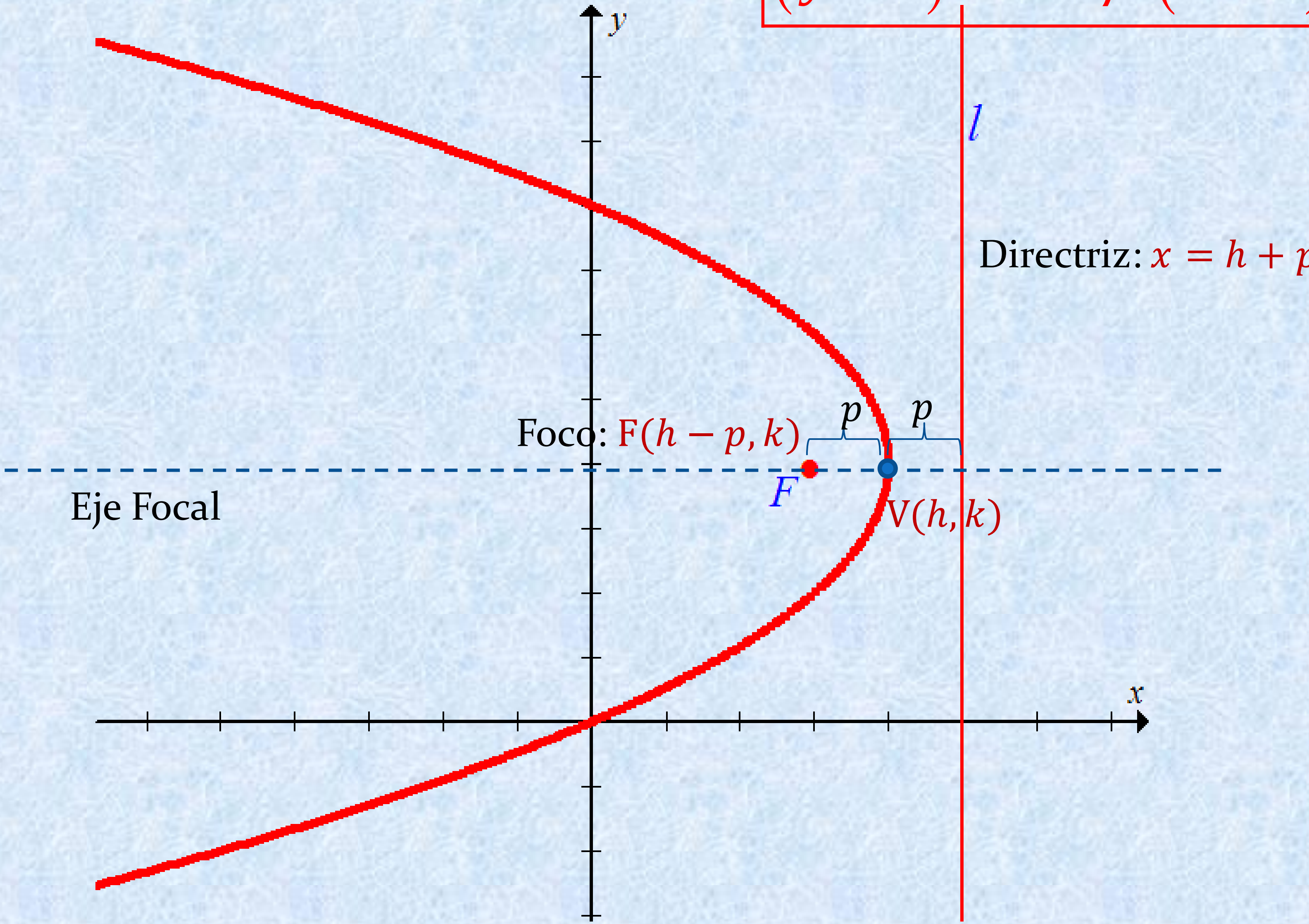
PARABOLA

$$\boxed{4p(x-h)=(y-k)^2}$$



PARABOLA

$$\boxed{(y-k)^2=-4\rho(x-h)}$$



PARABOLA

Ejemplo

Trazar la gráfica de $2x^2 - 20x - 24y + 98 = 0$. Indique coordenadas del vértice, coordenadas del foco, ecuación de la recta directriz.

SOLUCIÓN:

Transformamos la ecuación general a la ecuación canónica

$$2x^2 - 20x \qquad = 24y - 98$$

$$2\left(x^2 - 10x \qquad\right) = 24y - 98$$

$$2\left(x^2 - 10x + 25\right) = 24y - 98 + 50$$

$$2\left(x-5\right)^2 = 24y - 48$$

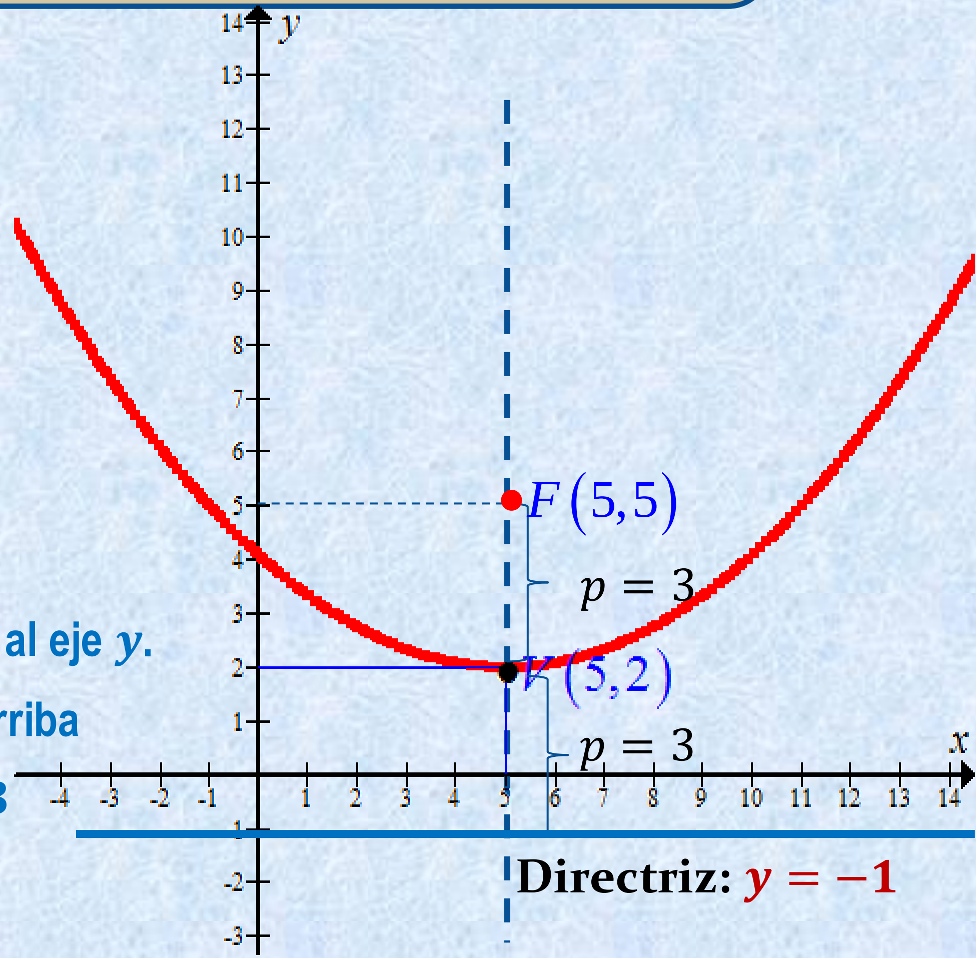
$$\left(x-5\right)^2 = 12y - 24$$

$$\left(x-5\right)^2 = 12\left(y-2\right)$$

$$\boxed{\left(y-2\right) = \frac{1}{12}\left(x-5\right)^2}$$

Parábola con:

- ✓ **Vértice $(5,2)$**
- ✓ **Eje focal paralelo al eje y.**
- ✓ **Cóncava hacia arriba**
- ✓ $\mathbf{4p = 12 \rightarrow p = 3}$



PARABOLA

Ejercicios Propuestos **(Transferencial)**

Trazar la gráfica , Indicando coordenadas del vértice, coordenadas del foco, ecuación de la recta directriz.:

$$x^2 - 2x - 4y + 1 = 0$$

$$2y^2 - 2x - 2y + 9 = 0$$

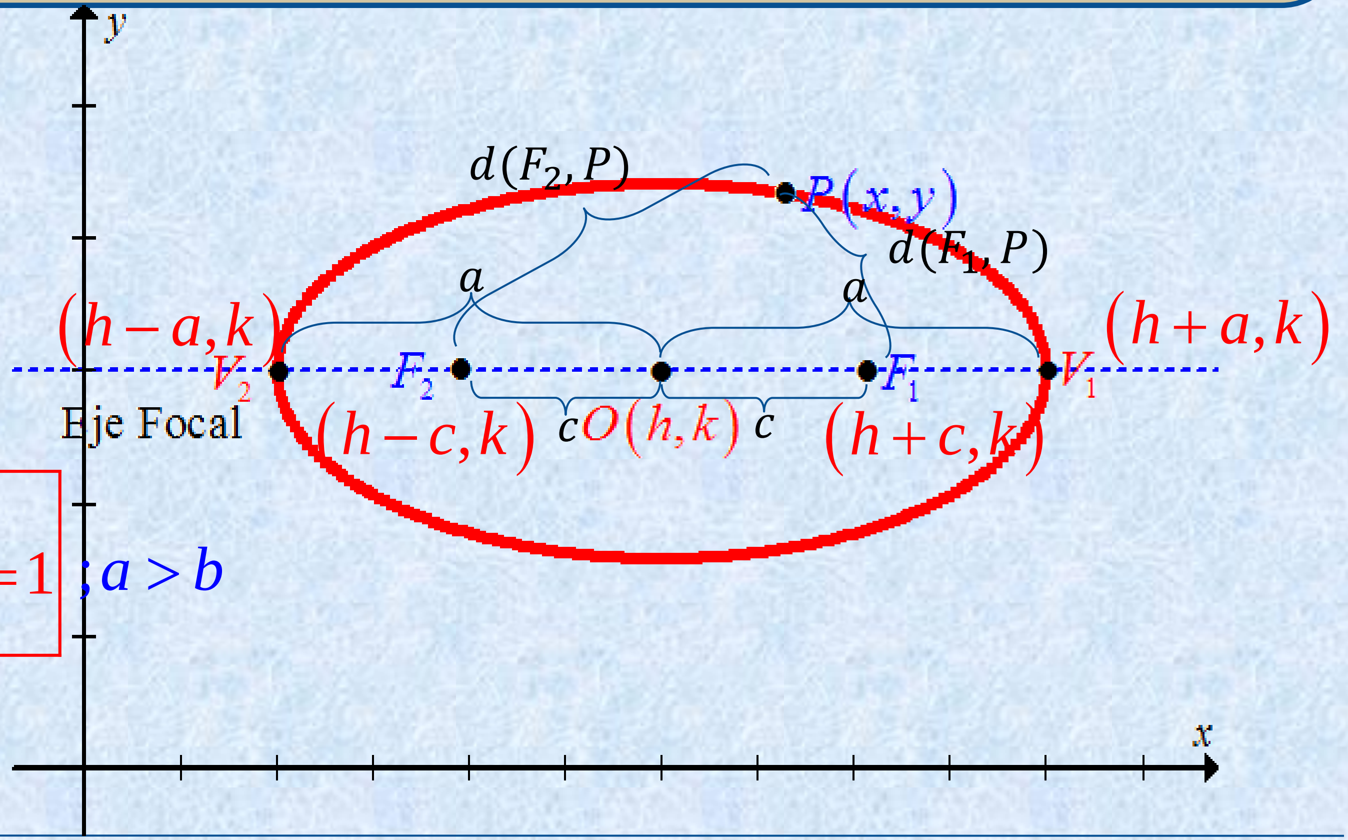
$$y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$$

$$-x^2 - 4x - 6y + 17 = 0$$

ELIPSE

Sean F_1 y F_2 dos puntos del plano y sea a una constante positiva. La Elipse se define como el conjunto de puntos $P(x,y)$, tales que la suma de su distancia a F_1 con su distancia a F_2 es igual a $2a$. Es decir: $\left\{P(x,y) / d(P,F_1) + d(P,F_2) = 2a\right\}$

A los puntos "F_1" y "F_2" se los llaman **Focos .**
Y "a" es la medida del semieje mayor.

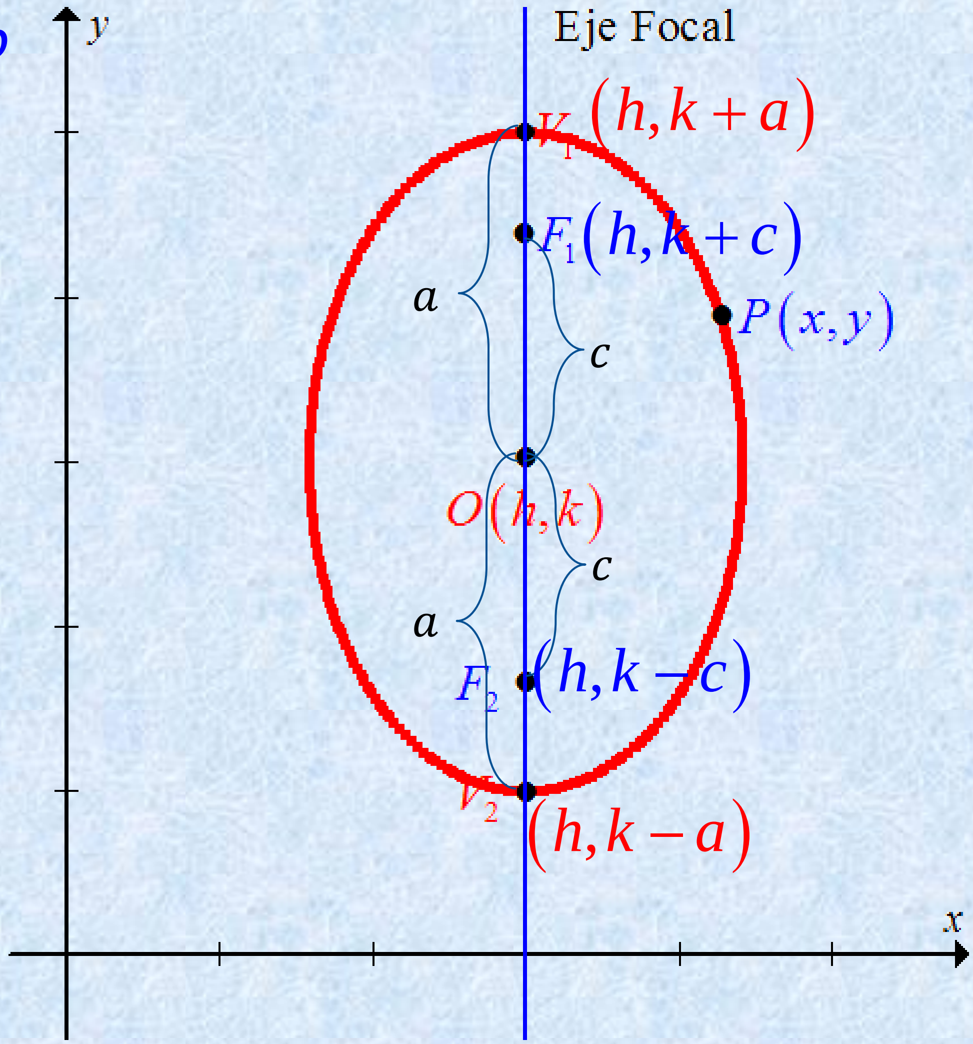


$$\boxed{\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1} \;; a > b$$

$$b^2 = a^2 - c^2$$

ELIPSE

$$\boxed{\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1};a>b$$



Elipse

Ejemplo

**Trazar la gráfica de $25x^2 + 16y^2 + 100x - 96y - 156 = 0.$
Indique coordenadas de los vértice y focos**

SOLUCIÓN:

Transformamos la ecuación general a la ecuación canónica

$$25\left(x^2+4x\qquad\right)+16\left(y^2-6y\qquad\right)=156$$

$$25\left(x^2+4x+4\right)+16\left(y^2-6y+9\right)=156+100+144$$

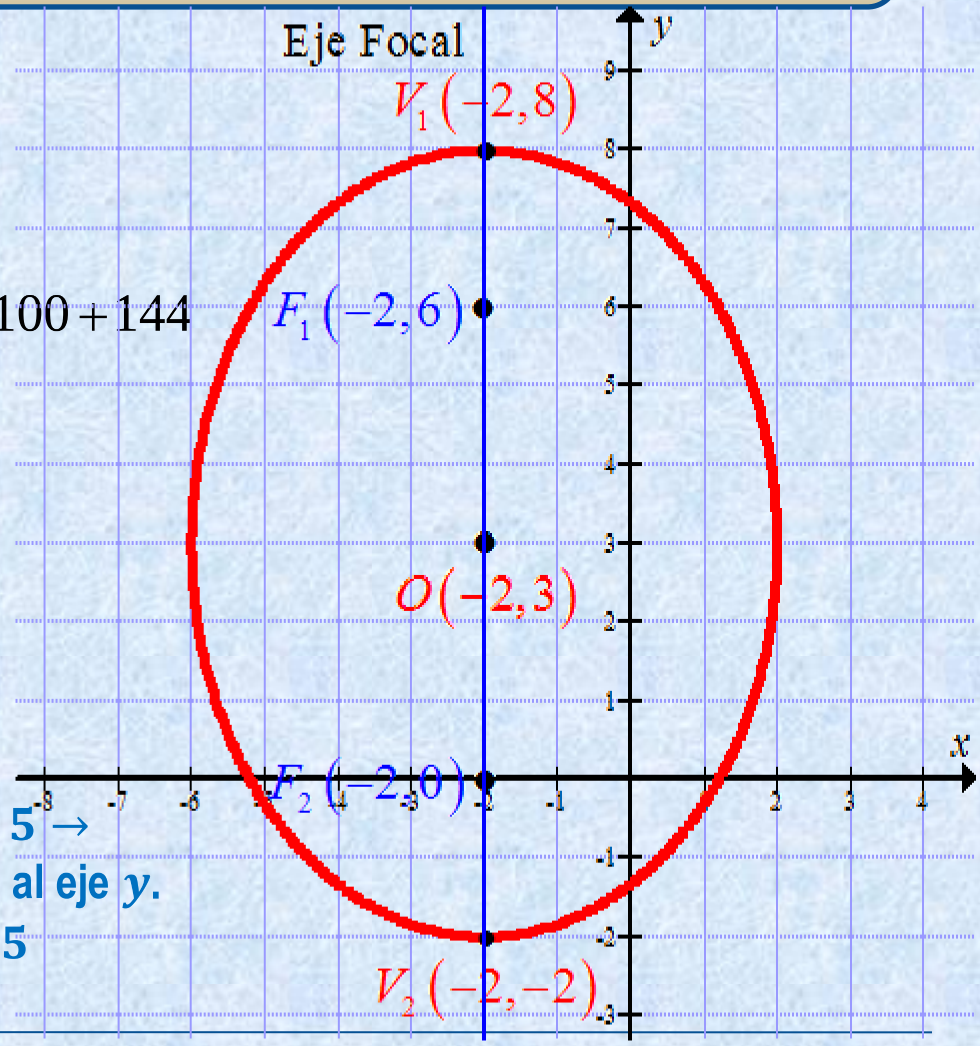
$$25(x+2)^2+16(y-3)^2=400$$

$$\frac{25(x+2)^2}{400}+\frac{16(y-3)^2}{400}=\frac{400}{400}$$

$$\boxed{\frac{(x+2)^2}{16}+\frac{(y-3)^2}{25}=1}$$

Elipse con:

- ✓ $\text{Centro}(-2,3)$
- ✓ $a^2 = 25 \rightarrow a = 5 \rightarrow$ Eje focal paralelo al eje y.
- ✓ $b^2 = 16 \rightarrow b = 5$
- ✓ $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{25-16} = 3.$



Elipse

Ejercicios Propuestos **(Transferencial)**

Trazar la gráfica , Indicando coordenadas de los vértice, de los focos:

$$4x^2+9y^2-16x+18y-11=0$$

$$9x^2+4y^2+18x-16y-11=0$$

$$x^2+3y^2+6x+6=0$$

$$4x^2+9y^2-8x=32$$

$$25x^2+16y^2+100x-96y-156=0$$

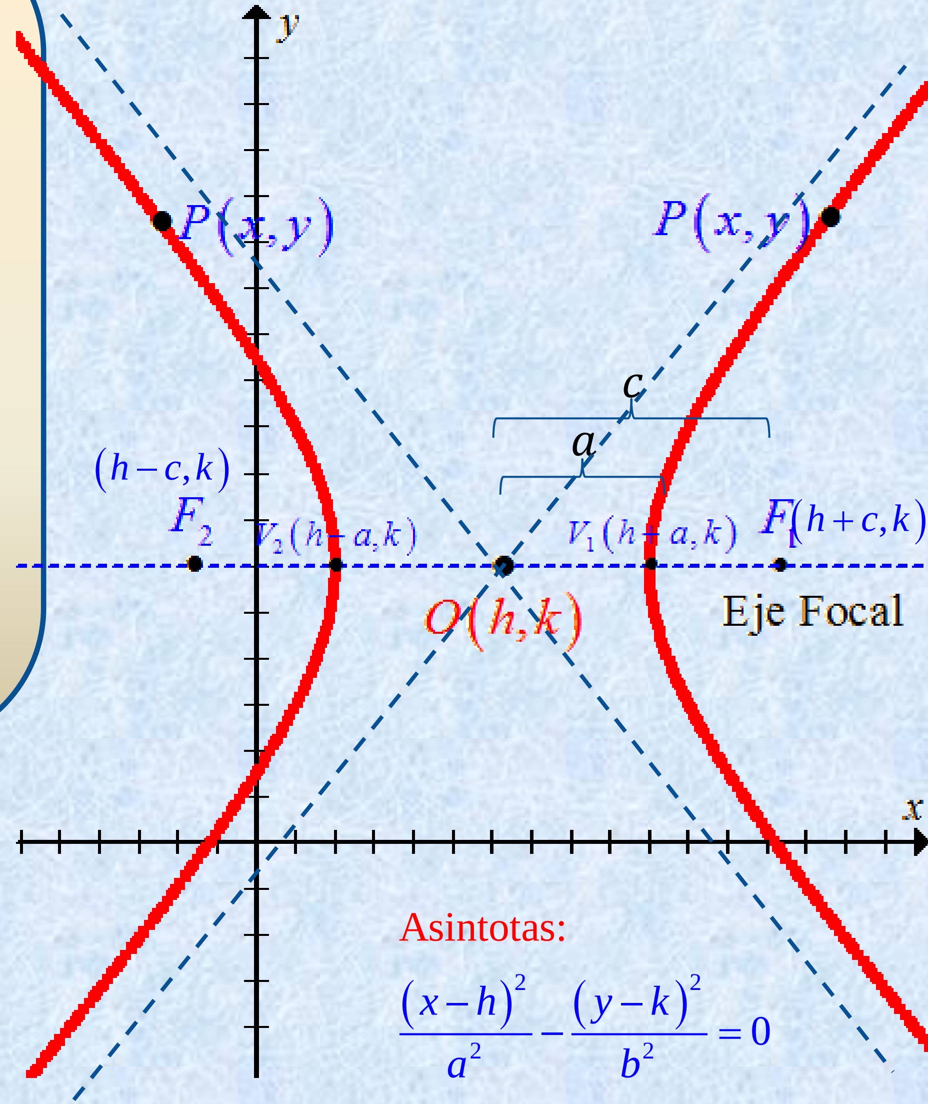
HIPERBOLA

Sean F_1 y F_2 dos puntos del plano y sea a una constante positiva. La hipérbola se define como el conjunto de puntos $P(x,y)$, tales que el valor absoluto de la diferencia de su distancia a F_1 con su distancia a F_2 es igual a $2a$. Es decir:

$$\left\{P(x,y)/\left|d(P,F_1)-d(P,F_2)\right|=2a\right\}$$

$$\boxed{\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1}$$

$$\boxed{b^2=c^2-a^2}$$



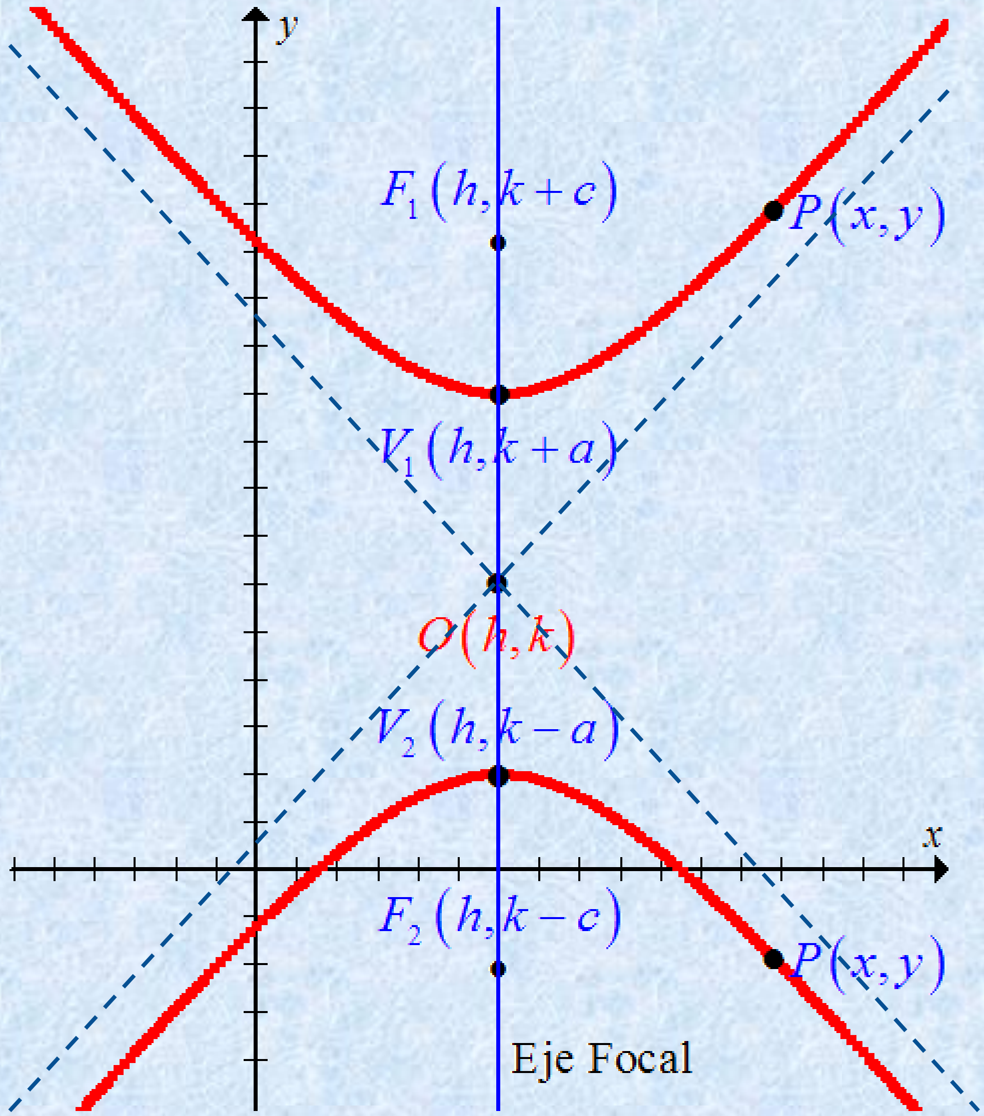
HIPERBOLA

$$\boxed{\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1}$$

$$c=\sqrt{a^2+b^2}$$

Asintotas:

$$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=0$$



HIPERBOLA

Ejemplo

Trazar la gráfica de $9x^2 - 16y^2 + 18x + 32y - 151 = 0$.
Indique coordenadas de los vértice y focos.

SOLUCIÓN:

$$9\left(x^2+2x\quad\right)-16\left(y^2-2y\quad\right)=151$$

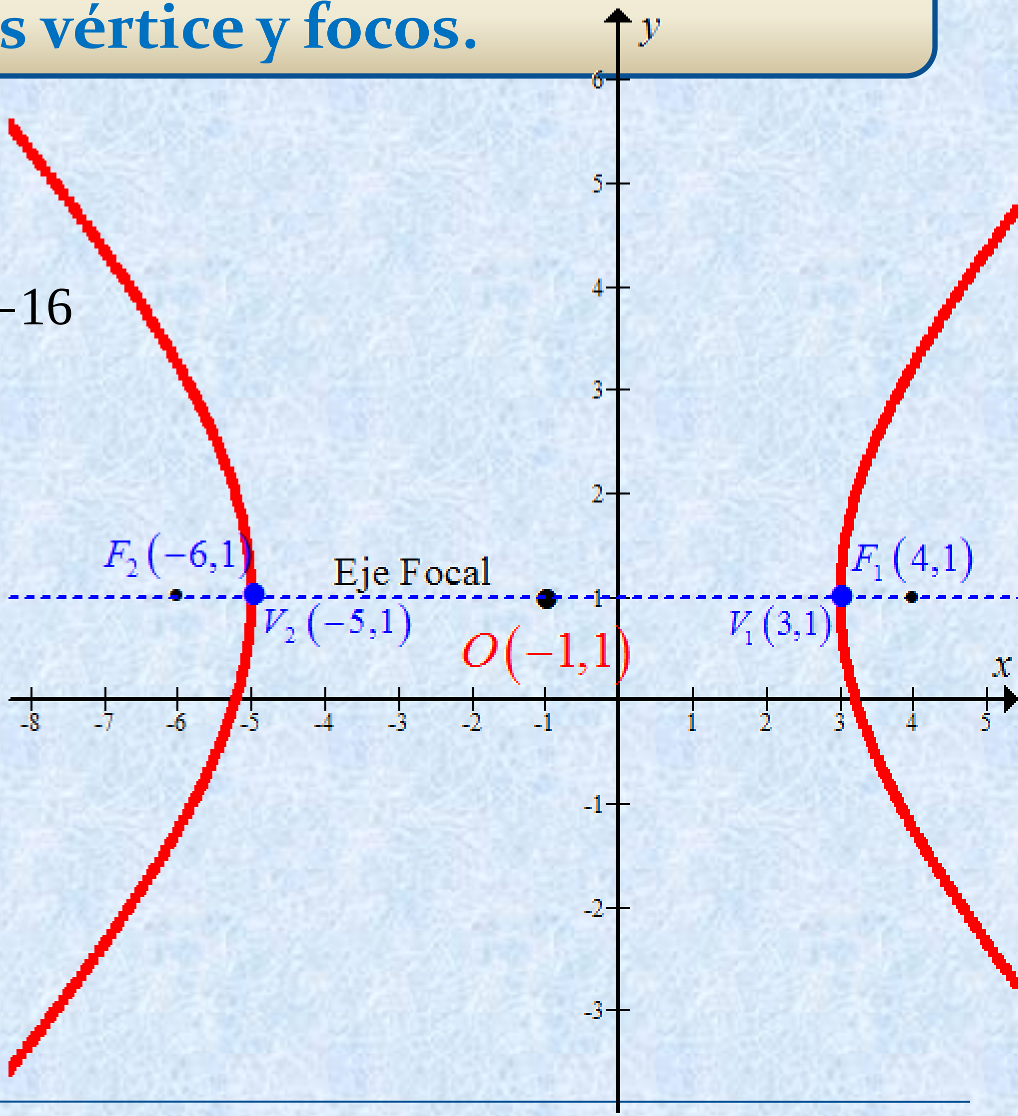
$$9\left(x^2+2x+1\right)-16\left(y^2-2y+1\right)=151+9-16$$

$$9\left(x+1\right)^2-16\left(y-1\right)^2=144$$

$$\boxed{\frac{(x+1)^2}{16}-\frac{(y-1)^2}{9}=1}$$

Hipérbola con:

- ✓ **Centro $(-1,1)$**
- ✓ **Eje focal paralelo al eje x.**
- ✓ $a^2 = 16 \rightarrow a = 4$
- ✓ $b^2 = 9 \rightarrow b = 3$
- ✓ $c = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{16+9} = 5.$



HIPERBOLA

Ejercicios Propuestos

Trazar la gráfica , Indicando coordenadas de los vértice, de los focos:

$$x^2 - 3y^2 + 2x + 6y - 1 = 0$$

$$4x^2 - 9y^2 - 16x + 18y - 9 = 0$$

$$9x^2 - 4y^2 + 18x - 16y - 9 = 0$$

$$4x^2 - 3y^2 + 8x + 16 = 0$$

$$-9x^2 + 18x + 4y^2 + 24y = 9$$